

Figure 2.5 – Gaussienne bivariée avec $\rho < 0$

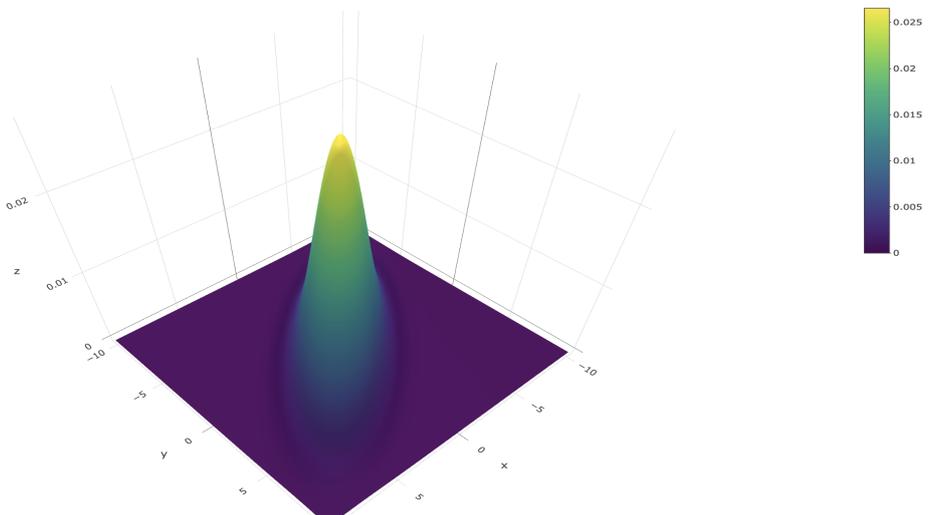


Figure 2.6 – Gaussienne bivariée avec $\rho > 0$

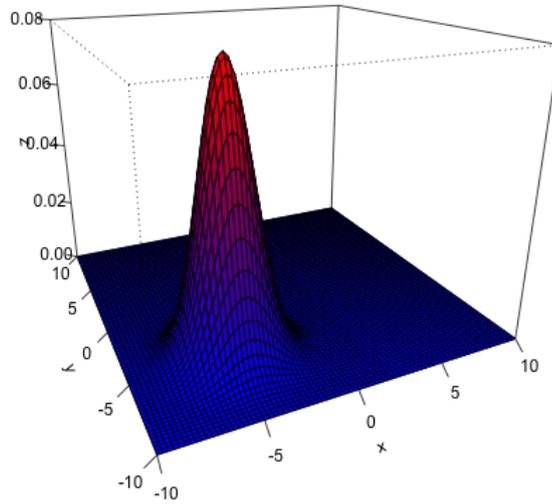


Figure 2.7 – Début de l'animation 2.2.2

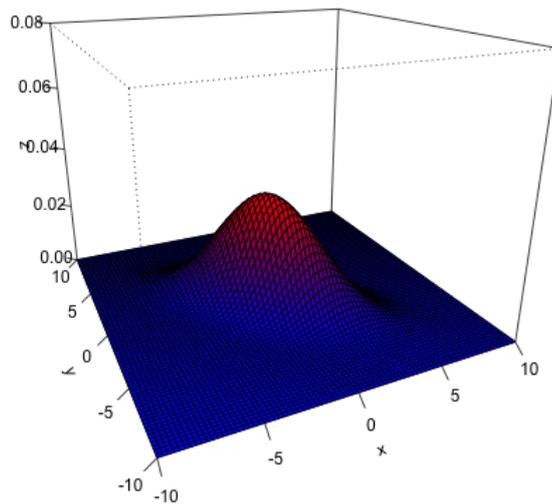


Figure 2.8 – Milieu de l'animation 2.2.2

2.3 Analyse

Dans cette section, nous parlerons des avantages et inconvénients des deux types de représentations utilisées précédemment pour visualiser la distribution gaussienne bivariée. Nous discuterons ensuite les effets de supplantation apportés par la combinaison de ces deux méthodes et quand il est judicieux d'employer cette forme de supplantation.

Commençons par analyser la représentation en diagramme de densité. Celle-ci permet une lecture facile des changements fondamentaux apportés par la modification d'un paramètre. L'utilisation de deux dimensions permet d'aller à l'essentiel et évite certaines confusions que peut causer les déformations dues à la perspective. Ses deux principaux inconvénients sont les suivants :

- Se limite aux distributions.
- Difficulté à rendre compte de certains aspects tridimensionnels plus subtils.

Cet outil reste cependant très fiable et donne un bon aperçu de la forme de la distribution considérée. Il est d'ailleurs souvent utilisé conjointement avec le surface plot.

L'analyse par « surface plot » a pour avantage d'être intuitive. Elle permet de mettre en exergue des aspects tridimensionnels difficile à visualiser avec un diagramme de densité. Elle n'est aussi pas limitée aux distributions permet donc de visualiser n'importe quelle forme tridimensionnelle. Par exemple, la figure 2.9 à la page 31 qui serait plus difficile à présenter à l'aide d'un diagramme de densité.

Il est important de noter que ces deux représentations sont adéquates lors de l'analyse de relations entre trois variables. Il convient donc de les utiliser uniquement dans ce cas-là pour éviter d'ajouter une dimension supplémentaire au problème qui n'a pas lieu d'être. Ce type de supplantation est donc à utiliser dans le cadre de l'étude de problèmes qui peuvent être représentés de manière tridimensionnelle.

Ces deux représentations externes permettent de faciliter la compréhension des valeurs que sont l'espérance, la variance et la corrélation. Même sans connaître la définition précise de ces notions mathématiques, on se fait rapidement une idée de ce qu'elles représentent en regardant les animations et les graphes. Beaucoup d'étudiants connaissent la définition de l'espérance mathématique μ mais peu comprennent que dans le cas d'une gaussienne bivariée, celle-ci correspond à la position de son pic. Cependant, lorsqu'un étudiant voit à quoi

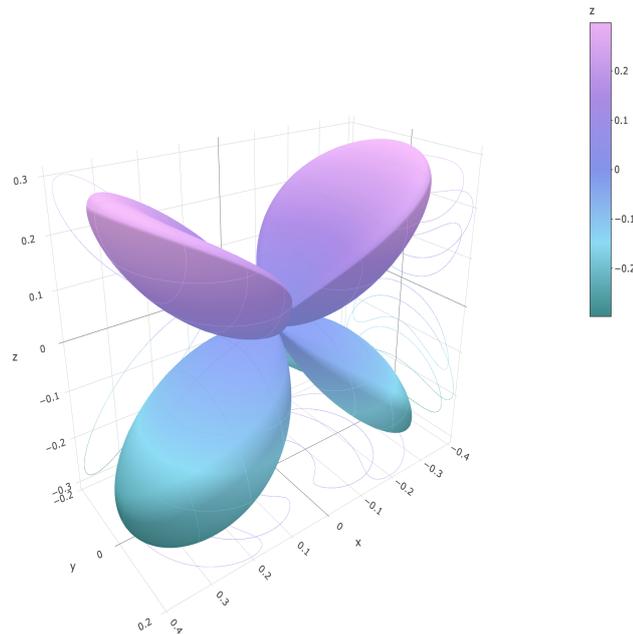


Figure 2.9 – Partie réelle de l'harmonique sphérique $Y_2^{-1}(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi}$

ressemble cette distribution et les effets de ses paramètres, il comprend très rapidement et presque sans efforts leur définition intuitive. Une fois que l'apprenant a bien intégré la représentation visuelle associée aux paramètres μ , σ et ρ , il devrait être capable de comprendre comment ces paramètres varient dans l'animation 2.2.2. L'exemple de la gaussienne bivariée montre bien les différents degrés de supplantation qui peuvent s'opérer.

Aucune supplantation :

— Seul l'équation de la fonction de densité de la gaussienne bivariée est donnée ;

Faible niveau de supplantation :

— On montre une image de la gaussienne bivariée pour des paramètres μ , σ et ρ fixés ;

Niveau moyen de supplantation :

— On montre plusieurs images de la gaussienne bivariée pour différentes valeurs de μ , σ et ρ .

Niveau fort de supplantation :

- On montre en animation ce qu'il se passe lorsque les valeurs des paramètres changent

Supplantation complète :

- On montre les animations, les images pour des paramètres fixés et on montre en combinaison les graphes de densités et les « surface plot ».

De part ces niveaux de supplantation, on peut remarquer que lorsque le niveau est bas ou moyen, seul des images statiques sont montrées. Cela correspond à représenter visuellement la quantité associée à un certain état de la fonction de densité. Cela correspond, par analogie, à faire le lien entre un point d'un graphe et ce qu'il représente. Ici, le point du graphe est la fonction de densité $f(x, y | \mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho)$ pour un *point* $(\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho)$ fixé et l'information qu'il encode est donnée par sa figure tridimensionnelle associée. Pour un niveau de supplantation plus fort, on associera aux variations d'un ou plusieurs paramètres une animation 3D représentant celles-ci. On passe donc d'une représentation *statique* à une représentation *dynamique*. L'avantage de cette dernière est qu'elle permet d'aisément visualiser les changements apportés par la modification d'un paramètre. Si l'on dispose de ces deux supplantations et qu'elles sont utilisées conjointement, en montrant comment l'on passe d'un état initial à un état final, l'effet supplantatoire est alors complet. L'avantage de disposer de plusieurs degrés de supplantation est qu'il permet de les utiliser de façon à réduire ou augmenter la pente de la courbe d'apprentissage. C'est dans cette optique qu'il devient alors possible d'influencer ou même de déterminer l'apprentissage des élèves. L'enseignant choisira des représentations externes en fonction de sa vision de l'apprentissage et va ainsi à travers celles-ci modéliser la manière d'apprendre des étudiants. Souvenons-nous qu'une fois la représentation externe intégré, celle-ci devient alors une représentation interne qui servira d'outil dans de futures résolutions de problèmes. C'est en partie pourquoi les apprenants provenant de domaines d'études différents n'approcheront pas un problème de la même manière. L'influence de la supplantation sur la façon d'apprendre peut s'avérer négative lorsqu'elle contraint l'étudiant à toujours adopter les mêmes stratégies pour résoudre des problèmes. C'est ce qu'il se passe lorsque un élève ne sait résoudre un problème que dans des circonstances particulières. Mais on peut utiliser la supplantation pour aider un apprenant pour lui enseigner de nouvelles approches pour résoudre des problèmes. L'exemple de la gaussienne bivariée illustre bien la stratégie d'apprentissage qui consiste à subdiviser un problème complexe en sous-problèmes simples et ensuite à combiner les solutions aux sous-problèmes pour résoudre le problème initial.

Pour terminer cette discussion, il est donc important de prendre en compte les trois as-

pects fondamentaux des représentations externes comme décrit dans AINSWORTH (1999, p.134) :

- le rôle de complémentation ;
- contraindre l'interprétation de l'information ;
- construire une compréhension plus profonde.

Il convient donc d'utiliser différentes représentations externes pour satisfaire à ces trois rôles. Pour l'exemple de la gaussienne bivariée, le « surface plot » et le « density plot » ont été utilisés. L'animation et l'image 3D servent un rôle complémentaire. La restriction à un paramètre fixé permet de contraindre l'information. L'animation présentant les effets de variations des valeurs de l'espérance, de l'écart-type et du coefficient de corrélation en même temps satisfait le rôle de construction d'une compréhension plus profonde. Ce dernier rôle est aussi rempli par l'effet supplantatoire de la visualisation spatiale qui permet aux étudiants ayant du mal à se représenter mentalement des objets tridimensionnels d'acquérir cette capacité. La stratégie de subdivision proposée dans cet exemple peut être réemployée pour d'autres problèmes et peut permettre à l'élève d'acquérir un niveau d'abstraction supérieur.

Conclusion

2.4 Compétences acquises grâce à ce travail

La réalisation de ce travail de fin d'étude didactique m'a permis de découvrir l'effet de supplantation et ses diverses utilisations dans le domaine de l'apprentissage, notamment par visualisation tridimensionnelle. J'ai pu prendre conscience de l'efficacité de cette dernière sur la compréhension de notions jugées abstraites par les étudiants. J'ai aussi appris, en étudiant la supplantation de manière plus approfondie, à quels besoins elle répondait le mieux et ainsi à l'utiliser de la manière la plus optimale.

En outre j'ai appris à représenter de façon tridimensionnelle des objets mathématiques, leur représentation n'est pas toujours aisée et peut être chronophage, cependant cette compétence me sera très utile pour la suite de ma carrière en tant qu'enseignant.

Ce travail m'a aussi permis de prendre du recul sur les différentes manières possibles d'apprendre et de mieux comprendre ce qu'il se passe dans la tête d'un apprenant. J'ai de plus pu développer une compréhension plus fine de l'apprentissage.

2.5 Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons discuté les effets de la supplantation sur l'apprentissage. Nous avons premièrement énoncé la définition de la supplantation et expliqué les différentes notions théoriques qui lui sont associées. Ensuite l'on a évoqué les différentes formes et rôles que cette supplantation pouvait prendre et comment correctement l'employer dans l'enseignement. Dans ce but, nous avons décrit et discuté l'exemple de la distribution gaussienne

bivariée afin de mieux comprendre les effets supplantatoire de la représentation tridimensionnelle sous forme d'images statiques et d'animations. Finalement, sous forme d'une analyse faisant appel aux concepts théoriques énoncés dans le premier chapitre, nous avons mis en évidence les différents aspects et rôles supplantatoires de la représentation 3D.

Bibliographie

Printed References

AINSWORTH, Shaaron (1999) : « The functions of multiple representations ». In : *Computers & Education* 33.2-3, p. 131-152. ISSN : 0360-1315. DOI : [10.1016/s0360-1315\(99\)00029-9](https://doi.org/10.1016/s0360-1315(99)00029-9).

AUSBURN, Lynna J. et Floyd B. AUSBURN (1978) : « Cognitive styles: Some information and implications for instructional design ». In : *ECTJ* 26.4, p. 337-354. ISSN : 0148-5806. DOI : [10.1007/bf02766370](https://doi.org/10.1007/bf02766370).

CHARLIER B. et Henri, F. (2015) (1993) : « Rencontre avec Gavriel Salomon ». In : *Apprendre avec les technologies. Presses Universitaires de France*.

VOGEL, Markus, Raimund GIRWIDZ et Joachim ENGEL (2007) : « Supplantation of mental operations on graphs ». In : *Computers & Education* 49.4, p. 1287-1298. ISSN : 0360-1315. DOI : [10.1016/j.compedu.2006.02.009](https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.02.009).

ZHANG, Jiajie (1997) : « The nature of external representations in problem solving ». In : *Cognitive Science* 21.2, p. 179-217. ISSN : 0364-0213. DOI : [10.1016/s0364-0213\(99\)80022-6](https://doi.org/10.1016/s0364-0213(99)80022-6).



UNIVERSITÉ DE FRIBOURG
UNIVERSITÄT FREIBURG

Faculté des sciences économiques et sociales
Wirtschafts- und sozialwissenschaftliche Fakultät
Boulevard de Pérolles 90
CH-1700 Fribourg

DECLARATION

Par ma signature, j'atteste avoir rédigé personnellement ce travail écrit et n'avoir utilisé que les sources et moyens autorisés, et mentionné comme telles les citations et paraphrases.

J'ai pris connaissance de la décision du Conseil de Faculté du 09.11.2004 l'autorisant à me retirer le titre conféré sur la base du présent travail dans le cas où ma déclaration ne correspondrait pas à la vérité.

De plus, je déclare que ce travail ou des parties qui le composent, n'ont encore jamais été soumis sous cette forme comme épreuve à valider, conformément à la décision du Conseil de Faculté du 18.11.2013.

.. , le 20.....

...
(signature)