



Université de Fribourg, Suisse  
Centre de Didactique Universitaire

DÉVELOPPER LES COMPÉTENCES DES ÉTUDIANTS AU TRAVERS  
DE LA POPULARISATION DES MATHÉMATIQUES

Travail de fin d'étude en vue de l'obtention du Diplôme en Enseignement Supérieur et  
Technologie de l'Éducation

Sous la direction de la Prof. Bernadette Charlier Pasquier

Par

MICHAEL DOUGOUD

Département de Mathématiques, Université de Fribourg

2017



## REMERCIEMENTS ET DÉCLARATION

Je tiens tout d'abord à remercier la Prof. Bernadette Charlier ainsi que la Dr. Marie Lambert pour le temps investi ainsi que les précieux conseils distillés tout au long de la formation Did@ctic. Merci également aux autres membres de la formation pour les échanges constructifs durant les différents cours suivis. Le choix de ce sujet revient en grande partie à ma passion pour les activités de popularisation que j'ai eu la chance de partager avec d'autres membres du département de mathématiques. Un merci tout particulier va à Matthieu Jacquemet, Basil Reinhard, le Prof. Hugo Parlier, Jordane Granier, Xavier Richard et Rafael Guglielmetti avec qui j'ai eu la chance de collaborer pour de telles activités ainsi qu'à mon superviseur, le Prof. Christian Mazza pour ses encouragements à les développer. Plusieurs exemples décrits dans ce travail sont le fruit de ces collaborations. Enfin, un grand merci à mon épouse Nayla pour la relecture de ce travail et ses commentaires avisés.

Je déclare sur mon honneur que mon travail de fin d'études est une œuvre personnelle, composée sans recours extérieur non autorisé.

Fribourg, le 23 Mai 2017 .



# TABLE DES MATIÈRES

1	INTRODUCTION ET OBJECTIFS DU PROJET	1
1.1	Objectifs du travail . . . . .	2
2	DÉFINITIONS	5
2.1	Popularisation . . . . .	5
2.2	Compétences . . . . .	11
2.3	Un modèle d'analyse . . . . .	12
3	EXEMPLES D'ACTIVITÉS	17
3.1	Une enquête dont VOUS êtes le héros . . . . .	17
3.2	Analyse sommaire d'autres exemples . . . . .	27
4	QUESTIONNAIRE D'ÉVALUATION POUR ACTIVITÉS DE POPULARISATION	33
4.1	Canevas . . . . .	33
4.2	Questions types . . . . .	35
4.3	Exemple . . . . .	36
5	RÉFLEXION PERSONNELLE	41
	BIBLIOGRAPHIE	43



## INTRODUCTION ET OBJECTIFS DU PROJET

Au delà des activités de recherches, d'enseignements et d'administration, un chercheur a également la lourde tâche de partager avec le grand public le savoir qu'il contribue à construire. Il y a là bien sûr une dynamique publicitaire pour son travail mais également un besoin de faire découvrir les progrès des sciences (ou tout du moins la diversité de celles-ci) aux plus jeunes afin de promouvoir les carrières scientifiques. Si certains domaines requièrent un effort moindre dans ce sens de par leur attrait "naturel" pour les futurs étudiants, d'autres souffrent d'un manque criant de popularité.

Les mathématiques sont un exemple, parmi d'autres, d'une science où les idées reçues, souvent négatives, freinent l'intérêt du public. On pourrait d'ailleurs bien en étudier les causes, même si celles-ci sont relativement bien connues. Là où la biologie est qualifiée de science du vivant, la chimie de science expérimentale ou l'informatique de science actuelle, les mathématiques, plus vieille science du monde, semblent rester figées dans une autre époque ; une science dure, abstraite, élitiste, dont on étudie plus l'histoire que les débouchés quasi inconnus [2]. Les sciences attirent par leur aspect concret, la volonté de comprendre le monde dans un sens large, l'envie de "faire" quelque chose. Les mathématiques ont tendance à faire remplacer certains verbes d'action par le seul verbe "calculer"... une idée reçue rebutante au possible pour bien des étudiants et en accord parfait avec le concept éternel de "bosse des maths".

Pourtant, parmi tous les étudiants de première année en mathématique à l'université, et parfois à leur grande surprise, aucun n'a véritablement besoin de maîtriser les tables de multiplications, ni même réellement de sortir sa calculatrice. Les mathématiques vont au delà du calcul. Elles proposent un langage universel dont le but

est une meilleure compréhension du monde qui nous entoure, un outil devenu indispensable à toute discipline scientifique ou un art en soi permettant une formation de l'esprit et la résolution de problèmes élégants et parfois extrêmement surprenants. Le raisonnement mathématique peut être pris comme un jeu, comme lorsque l'on résout un Sudoku ou que l'on cherche la meilleure stratégie pour gagner une partie d'échec. Aujourd'hui les mathématiciens sont des personnes recherchées sur le marché du travail dans les domaines les plus divers, ce grâce à leur esprit d'analyse, leur faculté à résoudre des problèmes et à voir au delà des détails spécifiques d'une situation. Ces aspects restent malheureusement peu connus.

Les activités de popularisations permettent de faire découvrir ces débouchés méconnus aux futurs étudiants. Cependant elles restent peu documentées et il est même parfois difficile de trouver des personnes intéressées à les développer. Souvent construites autour de présentations, elles ouvrent des portes motivationnelles pour le public cible. Ces activités peuvent pourtant se révéler comme un outil plus puissant encore dans le développement et le déclenchement de la construction des compétences de l'étudiant ; cela au propre bénéfice des sciences que ces activités cherchent à promouvoir. Le but principal de ce travail sera d'analyser de telles activités, de mettre en évidence les points essentiels pour qu'elles livrent tous leurs bénéfices et de mieux cerner leurs effets.

### 1.1 OBJECTIFS DU TRAVAIL

---

Ayant participé à de nombreuses activités de ce type durant mon doctorat, j'avais envie et besoin de mieux les cerner et de les analyser au regard des différents outils découverts lors de la formation Did@ctic. En effet, je pense que les activités de popularisation en mathématiques sont trop souvent figées, axées uniquement autour de la présentation ou de la vulgarisation et que leur effet est rarement évalué. Ce que ce travail tentera de démontrer est qu'elles peuvent également aller au delà en développant des compétences importantes pour les étudiants et pour l'image qu'ils se font des mathématiques en général. L'idée centrale de ce travail est la suivante : si se sentir motivé est essentiel, connaître un domaine pousse encore plus à la curiosité et se sentir compétent dans ce domaine permet d'en cerner les tenants et aboutissants

et d'ouvrir de nouvelles perspectives. Pour cela, les objectifs spécifiques du travail seront

1. Apporter une réflexion générale vis-à-vis des activités de popularisation et mettre en lumière leurs caractéristiques en lien avec les outils développés lors du module A [12]. Pour ce faire, un modèle d'analyse sera proposé, regroupant les concepts étudiés dans le module A.
2. Analyser le développement des compétences dans des activités de popularisation, mettre en évidence leurs effets sur la motivation dans de tels cadres et trouver les variables importantes pour leur construction. Exemplifier ces variables dans des activités existantes.
3. Créer un outil, sous forme de questionnaire, permettant d'évaluer une activité de popularisation au vu du modèle proposé.

Pour ce faire, on commencera par définir les notions essentielles, comme celles de popularisation, de motivation et de compétence avant de proposer un modèle d'analyse permettant de lier ces concepts. Ensuite quelques exemples d'activités de popularisation seront proposés, mettant à l'épreuve le modèle avec les commentaires des étudiants ayant participé à ces activités. Ces retours étant parfois insuffisants pour une analyse précise, un questionnaire d'évaluation sera finalement développé avant d'apporter une conclusion générale à ce travail.



## DÉFINITIONS

On va définir dans ce chapitre les notions importantes à notre étude, à savoir ce que l'on entend par popularisation (par opposition à vulgarisation) ainsi que par compétence. Cette notion sera ensuite développée afin d'y intégrer les différents éléments d'analyse du module A [12].

### 2.1 POPULARISATION

---

Il est courant en sciences ou dans tout autre domaine d'études de *vulgariser* une notion. La vulgarisation permet une compréhension générale d'un concept dont l'abstraction peut ne pas permettre d'en saisir le sens commun et est essentielle dans la formation de l'esprit scientifique [3]. Cette étape est également importante dans l'optique d'informer le grand public d'une recherche complexe et d'en montrer les principaux tenants et aboutissants. Les techniques généralement utilisées dans ce cadre sont l'exemplification ou la métaphore.

L'exemplification consiste à rendre les choses concrètes, à illustrer une théorie abstraite au travers d'un exemple. Elle permet donc de mettre en lumière son application et de la raccrocher à des éléments communs (connus) des non-spécialistes. Quant à la métaphore, ou également la comparaison, elle s'utilise par exemple afin d'expliquer le concept sous-jacent en proposant un ensemble de réalités similaires et évocatrices du processus pour le public. Au delà de la simple illustration, il s'agit d'en faire comprendre le fonctionnement, l'essence-même. A cette fin, on décortique le concept afin d'en extraire les informations essentielles. Ce schéma peut nous faire penser à celui d'un processus plus ordinaire et peut permettre une identification. Un exemple typique de vulgarisation est le suivant :

**Exemple 2.1.1** (Vulgarisation d'un phénomène ondulatoire). En biologie des organismes, les cellules communiquent par échange de calcium. Une façon de vulgariser ce processus est la suivante. D'une part par l'exemplification : Les cellules du coeur afin de coordonner les battements de l'organe, doivent réagir de manière synchronisée. Ainsi la stimulation d'une zone particulière du coeur doit entraîner la stimulation successive des cellules voisines afin d'orchestrer convenablement le système. D'autres exemples englobent la contraction de tout muscle ou les transmissions neurales. Afin de comprendre le fonctionnement même de cette synchronisation (dont on a jusque-là simplement illustré un domaine d'application) on peut utiliser la métaphore suivante : La Ola. Dans une Ola, un spectateur (une cellule) est poussé par un cheerleader (agoniste cellulaire) à se lever (augmentation du niveau de calcium dans la cellule). Cette information est transmise à son voisin, qui à son tour se lève (jonction cellulaire) et ainsi de suite. Cela résulte en une onde humaine. Une autre analogie aurait pu être utilisée comme la production d'ondes sur la surface d'un lac lorsqu'on y jette un galet.

L'avantage de la vulgarisation est bien de simplifier un phénomène afin d'informer des personnes de l'existence de ce dernier. Cependant son sens profond reste méconnu même si son fonctionnement est illustré à l'aide de comparaisons. De plus, la vulgarisation pousse à certaines déviances dont le recours à l'effet "Papy", en référence à [10], qui apparaît par l'utilisation nécessaire d'un métalangage permettant la mise en scène de la situation d'intérêt. Du point de vue de l'enseignement, la vulgarisation montre ici ses limites car le recours à l'analogie éloigne les étudiants d'une part du vocabulaire spécifique, nécessaire à la compréhension mutuelle d'une même communauté de pratique, et d'autre part, de la formalisation profonde des concepts, nécessaire à leur bonne et rigoureuse intégration et à leur développement future [3].

On définira la *popularisation* comme quelque chose de plus formel dans la présentation des concepts et leur formalisation. Si le verbe populariser signifie "rendre populaire", on l'entendra ici de la façon suivante. La popularisation visera à mettre en scène un concept formel en le projetant dans une situation motivante, permettant à l'étudiant de s'y investir afin de développer des outils pertinents dans l'évolution de sa compréhension du concept.

La mise en scène se voudra donc extrêmement concrète en montrant des applications intéressantes de l'objet en question ou en proposant des mises en situations alternatives à l'étudiant. L'étudiant devra y trouver du plaisir extrinsèquement (de par la situation choisie), comme intrinsèquement (de par la position de découverte). La notion de plaisir est ici fondamentale afin de permettre à l'étudiant d'investir volontairement des ressources cognitives et d'y trouver une motivation intrinsèque.

### 2.1.1 LA MOTIVATION

La motivation est en effet un facteur clé dans la mise en place des stratégies d'apprentissage de l'étudiant et, de ce fait, des produits de son apprentissage en référence au modèle de Biggs [7]. Il y a un sens à donner à toute activité. Selon le modèle de Cross [13], la participation est un reflet de la motivation des étudiants. Les variables essentielles intègrent : i) Evaluation de soi, ii) attitude par rapport à la formation, iii) importance des buts (affecté par "transition de vie") et iv) opportunités et barrières (affecté par une variable d'information). L'évaluation de soi est elle-même renforcée par la motivation (la participation). En lien avec ces éléments, nous supposerons par la suite que les activités de popularisation

1. permettront à l'étudiant de se tromper, relativiseront les échecs et lui permettront d'y remédier,
2. définiront clairement les buts de l'activité et sélectionneront une approche cohérente.

Enfin, comme la participation (i.e. la motivation) est un des buts poursuivis par ces activités, il s'agira avant tout de permettre à l'étudiant de les vivre pleinement, qu'il y participe activement afin de renforcer son évaluation de soi et ainsi sa motivation (feedback positif). Enfin, selon Bandura [4], de l'importance devra être mise sur la régulation du dispositif en fixant des buts intermédiaires (proximaux) afin d'obtenir une bonne évaluation de soi ("sentiment d'efficacité personnelle"). On présentera par la suite les différents moyens de mettre en avant la motivation des élèves. Cette variable sera en effet importante dans le développement de ses compétences au travers de telles activités.

### 2.1.2 POURQUOI LA POPULARISATION EN MATHÉMATIQUE

Les mathématiques souffrent, à tout niveau de scolarité, d'une situation de rejet de la part de nombreux étudiants. De par leur niveau d'abstraction ou leur formalisme elles tendent à rebuter les étudiants, dont la recherche de sens dans ce domaine reste trop souvent sans réponse. Les mathématiques sont souvent également qualifiées de "difficiles". Peut-être également qu'elles demandent une façon de penser différente de celle à laquelle nous sommes habitués [15].

La popularisation répond à ces deux problèmes grâce à la concrétisation des concepts mathématiques et à son approche par la découverte. Mais au delà de faire aimer les mathématiques, il est nécessaire de se poser la véritable question de leur utilité dans tout programme d'éducation. Celle-ci intervient d'une part intrinsèquement, pour les mathématiques en elles-mêmes, comme objet d'étude, mais une part extrinsèque apparaît également. Premièrement, les mathématiques servent d'outils à des domaines aussi divers que la physique, l'informatique, la biologie, la linguistique, l'architecture, l'art, etc... Deuxièmement, leur caractère abstrait permet de développer un esprit analytique, synthétique et logique par la manipulation et la mise en relations d'objets complexes. On en vient ici aux compétences que les mathématiques pourront développer et qui restent méconnues [2].

Un aspect ressort encore de cette analyse : L'étude des *préconceptions* (ou représentations mentales) des apprenants. La popularisation aura pour objectif de casser les deux catégories de préconceptions que l'on dénotera comme suit :

1. **Préconceptions plutôt subjectives**, ou vis-à-vis des mathématiques en elles-mêmes. Elles sont relatives à une bonne ou une mauvaise représentation de la branche et certainement caractérisées par la représentation que se fait l'apprenant de sa performance dans cette dernière, de sa motivation vis-à-vis d'une tâche standard à effectuer dans cette branche, de son attitude par rapport à la formation. Elles caractérisent un aspect plutôt affectif vis-à-vis de l'objet d'étude ("j'aime, je n'aime pas", "je suis de manière générale bon/mauvais", "Les mathématiques c'est calculer" [8], voir également [2])

2. **Préconceptions effectives.** Elles sont en lien avec un sujet/problème particulier. Il s'agit là d'une vraie représentation mentale concernant une notion qui est crue comprise par un apprenant, alors que l'apprenant ne la saisit pas en se fiant uniquement à son intuition ou par fausse analogie avec un autre phénomène. Un exemple typique est celui de la chute de deux corps, une plume et une bille d'acier. Généralement les étudiants, se fiant à leur intuition ou à leur mécompréhension des principes de poids et de masse pensent que le premier objet à toucher le sol sera la bille d'acier. Hors, en l'absence de frottements, les deux objets toucheront simultanément le sol.

Si le second type de préconception est généralement rencontré dans des branches comme la physique, les mathématiques, souvent facteur intégrant de ces domaines, souffrent également des mêmes situations. En effet la mécompréhension d'un phénomène physique agit irrémédiablement sur une mauvaise modélisation mathématique du problème. Au delà de cet effet, il existe également des préconceptions erronées sur certains éléments mathématiques (fondation des probabilités, définitions des tests statistiques, notions de moyenne contre celle de médiane, dénomination trompeuse des côtés d'un polygone, notion de distance, etc...). D'un point de vue général, on note également régulièrement le fait que lors de leur entrée à l'université les étudiants ont une mécompréhension du raisonnement (de la logique) mathématique. Une erreur fréquente est notamment de présenter un exemple lorsqu'une preuve (générale) est demandée.

### 2.1.3 POSITIONS POSSIBLES DES ACTEURS

Dans les activités de popularisations on distinguera majoritairement deux types principaux d'acteurs : Les étudiants et les enseignants. Chacun pourra prendre (avec plus ou moins d'ampleur) des positions différentes tout au long de l'activité.

1. **Etudiant.** Son implication sera plus ou moins *directe*, dans le sens investi dans l'activité en construisant lui-même son savoir ou en le travaillant par le biais d'activités ou *indirecte*, lorsqu'il recevra le savoir par le biais d'une tierce personne. Ce facteur est extérieur à l'étudiant et dépend de la mise en place de l'activité.

2. **Étudiant.** De plus l'étudiant pourra suivant la situation être *actif* (investi en travaillant, réfléchissant ou posant des questions) ou *passif*. Ce facteur est interne à l'étudiant, dépendant de sa motivation pour l'activité, de sa recherche de sens dans cette dernière.
3. **Enseignant.** Son approche pourra se situer entre l'*expert* et le *coach* vis-à-vis de l'étudiant.

#### 2.1.4 LES CONTRAINTES

Les activités de popularisation présentent également de nombreuses contraintes qui les différencient d'autant plus du cadre académique standard auquel l'enseignant est confronté.

1. **Temps et lieux.** Généralement le lieu est unique et le temps bien déterminé est très court. On ne parle pas ici d'une séquence de cours ou d'un événement périodique et régulier, mais bien d'un moment unique et fixe. Même si les activités de popularisation s'insèrent très bien dans un cursus, elles sont souvent présentées une seule fois et comprises comme un tout (par exemple, lors des TecDays, des journées WINs ou journées de présentations aux gymnasiens, branches propédeutiques, etc...). Les moments de régulations sont ainsi plus difficiles à mettre en place.
2. **Groupe d'apprenants.** Il arrive, lors de ces activités, que les apprenants aient choisi de participer à telle ou telle activité, comme qu'ils aient été plus ou moins forcés d'y prendre part. Ainsi les groupes peuvent être fortement hétérogènes ou les préconceptions des apprenants relativement importantes. De même le formateur ne connaît généralement pas le public auquel il fait face.
3. **Motivation intrinsèque.** Les activités de popularisation sont parfois prises à la légère par les étudiants dans certains contextes (présentations dans des écoles, activités avec des gymnasiens, etc...). En effet, il arrive généralement que ces activités remplacent des cours à l'approche des vacances. De même, la motivation extrinsèque des étudiants n'est pas stimulée ici par un but de performance en l'absence notamment d'une évaluation.

## 2.2 COMPÉTENCES

---

Ce travail se centralise autour de la notion de compétence. Différentes définitions se font face dans la littérature [16]. De même, divers aspects peuvent être entendus vis-à-vis d'une compétence. Perrenoud [21] met même en avant la relative facilité de développer son enseignement autour des savoirs ("unanimentement reconnus") plutôt que des compétences, dont la définition reste vague et équivoque. Pour cela, nous allons ici brièvement récapituler quelques définitions de la notion de compétence avant de formaliser un modèle de développement de compétences dans le cadre d'activités de popularisations en mathématiques.

### 2.2.1 DÉFINITION FORMELLE ET MODÈLES EXISTANTS

Dans le module A [12], nous avons retenu la notion de compétence définie par Delobbe [14] comme suit : "savoir, vouloir et pouvoir agir fondé sur la mobilisation et l'utilisation efficace d'un ensemble de ressources afin de faire face aux problèmes et tâches associés à une famille de situations de vie" [12, p. 44]. La notion de compétence tourne autour de l'apprentissage en profondeur [22], dont le développement opère par l'approfondissement des savoir-faire divergents, où la mobilisation de ressources cognitives adéquates à la résolution d'une tâche complexe est essentielle selon le schéma

$$C = R \star T,$$

où  $C$  est la compétence,  $R$  les ressources,  $\star$  la mobilisation et  $T$  des tâches complexes [12, p. 50].

Ce schéma est à mettre en parallèle avec [24] qui voit en la compétence un processus dynamique : "le processus générateur du produit fini qu'est la performance" [24]. Il identifie la compétence par cinq composantes (cognitive, culturelle, affective, sociale et praxéologique) à trois niveaux (individu ou groupe, environnement social, organisation). On retiendra les éléments clés suivants susceptibles de développer des compétences : 1. Approches par essais-erreurs, 2. Interactions savoir-compétences, 3. Analyse de l'action et 4. Résolution de problèmes. Le troisième point en particulier apporte un aspect réflexif, nécessaire au développement de connaissances [12]

et certainement de compétences, voir notamment [18, 9] ou la réflexion/reflexivité est partie intégrante de l'apprentissage par "expériences".

La compétence va au-delà des savoirs purs. Comme le schématise Boudreault [9, p. 26], elle se situe à l'intersection des savoirs, savoir-faire et savoir-être, le tout englobé dans un contexte particulier. La présence du contexte ou de la situation particulière dans laquelle se trouve un apprenant (par exemple face à une tâche nouvelle) montre que les processus de mobilisation [5] sont une partie prépondérante de ce que l'on entend par compétence.

### 2.2.2 TYPES DE COMPÉTENCES

L'intérêt de la compétence se joue dans sa diversité. En effet participer à un événement A permet de développer généralement des connaissances sur le sujet A, mais peut influencer indirectement sur l'accroissement de compétences utiles à B, C ou D... Ainsi on catégorisera les compétences selon les trois types suivants

1. **Type direct.** Relatif à un domaine particulier, il met en action des connaissances spécifiques à un domaine pour répondre aux besoins d'un contexte particulier.
2. **Type transversale.** Relatif à des compétences génériques, transférables et utilisables dans divers domaines d'actions.
3. **Type métacognitif.** Selon Carré [11] se définit comme un type de compétences permettant de réfléchir sur une action. Il met en lumière des compétences de réflexivité.

Un individu compétent saura alors dans une situation donnée investir de bonne façon et au bon moment chacun des trois types de compétences.

## 2.3 UN MODÈLE D'ANALYSE

---

Par rapport aux activités de popularisation, comment peuvent se développer les compétences ? Si ces activités sont ciblées sur la motivation, la partie développement de compétence va être ici intégrée. La Figure 1 résume en un modèle les différents concepts relatés plus haut en lien avec les buts premiers des activités de popularisation, à savoir, stimuler i) la participation à une activité / la motivation vis-à-vis

d'un sujet et ii) le développement de compétences. L'idée générale est de partir des préconceptions, sachant l'influence qu'elles peuvent avoir sur le savoir en lui-même et la motivation le concernant. L'activité tout d'abord influe par elle-même sur la participation, en particulier et de prime abord l'attitude et l'importance des buts. Ceci passe par la situation proposée, intrinsèquement motivante, surprenante. Cependant, l'objectif est également de développer des compétences. Pour cela, l'enseignant, par la mise en place de l'activité et de buts proximaux permet le développement des compétences mais également influe sur les opportunités et barrières en proposant un scénario où le droit à l'erreur est respecté et sur l'estime de soi en permettant à l'étudiant de franchir des étapes successives. Le premier de ces buts proximaux servira en général à la reconstruction des représentations effectives (déstabilisation, voir modèle de Donnay & Charlier [17]). Finalement, l'évolution de la participation à une activité doit permettre le changement efficace des préconceptions vis-à-vis de celle-ci.

La compétence se construit tout au long de l'activité par la mobilisation de savoirs déjà acquis ainsi que la (re-)construction de connaissances (au sens large du terme). La recherche du développement des compétences influe en profondeur sur les connaissances et permet la réorganisation des préconceptions. Le sens de l'activité et son influence sur la motivation devra permettre une mobilisation efficace des savoirs. On notera aussi que le développement de compétences influence lui aussi la participation à l'activité. On supposera que plus un étudiant sera compétent, plus il aura plaisir à effectuer l'activité, du moment qu'elle offre un sens grâce à une découverte nouvelle, une application intéressante des savoirs ou une mise en scène particulière, en lien avec [23] qui indique que pour apprendre, un étudiant doit se situer dans une zone proximale d'apprentissage, i.e. ni trop éloigné, ni trop proche de ce qu'il connaît déjà.

Notons également la différence fondamentale qui apparaît sur ce schéma entre activités de vulgarisation et de popularisation. Là où les activités de popularisation permettent le développement de compétences en concentrant l'activité sur des étapes et mises en place particulières, l'activité de vulgarisation, elle, ne peut parfois donner que du sens à un sujet et ainsi ne stimuler que partiellement la motivation. Une activité de vulgarisation ne bénéficie ainsi pas des multiples feedbacks permettant la stimulation de la participation comme celle obtenue par i) le développement de

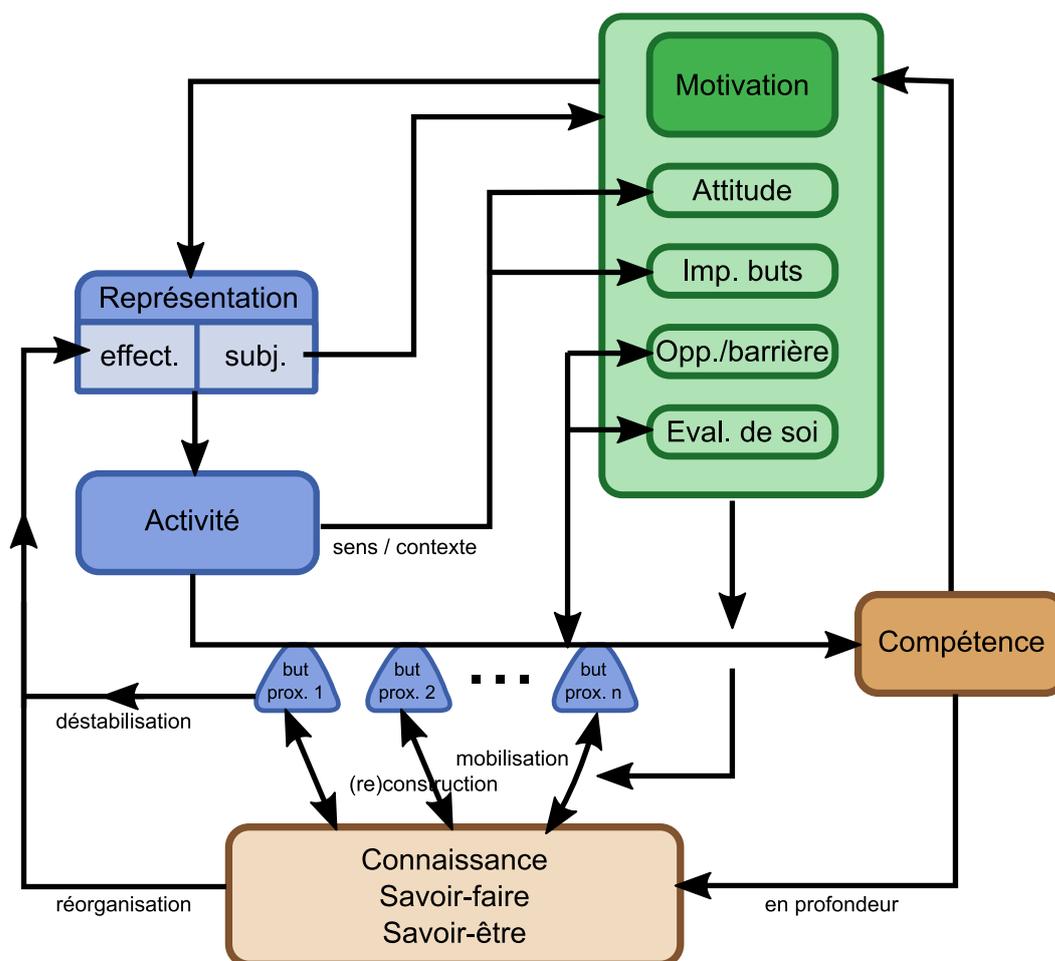


Figure 1: Illustration de la combinaison des différents éléments importants dans le développement de compétences lors d'activités de popularisation tout en soutenant la motivation.

compétence et ii) l'influence du dispositif lui-même (activation de l'étudiant par la mise en place de buts proximaux), tous deux généralement absents d'une activité purement de vulgarisation.

Il est bien sûr illusoire de penser qu'une seule activité de popularisation, de par sa ponctualité saura développer de A à Z une compétence. Il est évident que la compétence prend du temps à se développer et qu'ultimement, en lien avec les diverses définitions de compétences citées plus haut, elle devra permettre à l'étudiant de mobiliser ces ressources face à une situation particulière. Il y a là une certaine attitude de la part de l'étudiant qui dépasse le cadre formel et fixe proposé par une activité de popularisation. L'activité devra cependant servir de tremplin à la mise en place des compétences (par le travail sur les représentations et les connaissances ; des

préalables à la compétence). Elle pourra également en fonction de la mise en place stimuler le développement de tel ou tel type de compétence (direct, transversal ou métacognitif). Enfin, bien sûr, l'activité de popularisation proposera le genre de situations qui devraient par la suite permettre à l'étudiant de mobiliser ses compétences, sous forme de découverte et d'entraînement.

La Figure 2 résume le modèle en mettant en évidence les liens concernant ses trois composantes principales, à savoir activité, motivation et compétence. On observe ici bien les différents feedbacks relatés plus haut. Dans la suite on s'intéressera donc à présenter des activités qui répondent à ce schéma.

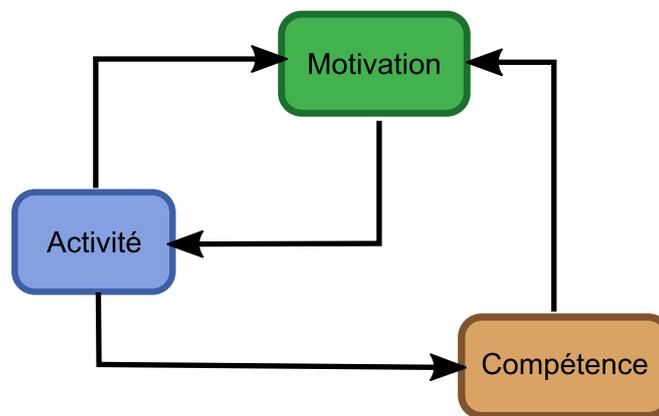


Figure 2: Résumé du modèle de la Figure 1. On remarque notamment que la compétence soutient la motivation et que cette dernière a un lien fort avec l'activité-même : L'activité proposée doit soutenir la motivation et la motivation permettre d'engager des ressources dans l'activité, i.e. la motivation a également un rôle sur le développement des compétences, plus indirect (en lien avec le sentiment d'efficacité personnelle) comme illustré dans la Figure 1.



## EXEMPLES D'ACTIVITÉS

## 3.1 UNE ENQUÊTE DONT VOUS ÊTES LE HÉROS

---

Cette activité a été mise en place lors des TecDays du 5.11.2015 au Lycée Denis-de-Rougemont à Neuchâtel en collaboration avec le Dr. Matthieu Jacquemet, alors doctorant au département de mathématique de l'Université de Fribourg. Les TecDays sont des activités qui ont lieu deux fois par année dans trois ou quatre gymnases de Suisse. L'idée est de proposer des ateliers aux gymnasiens qui leurs permettent d'entrevoir ce qu'est la science, quelles sont les recherches actuelles, comment comprendre telle ou telle thématique scientifique. De telles activités invitent à surprendre les étudiants par des phénomènes étonnants et à promouvoir les carrières scientifiques. Les élèves s'inscrivent alors à trois ateliers en se basant sur une description des ateliers proposés. Un ordre de préférence est demandé afin d'éviter un trop grand/petit nombre d'élèves par atelier.

L'idée de l'atelier que nous proposons était justement de faire vivre les mathématiques aux étudiants. De les surprendre par les applications qu'elles pouvaient avoir tout en donnant un cadre sortant de l'ordinaire, sous forme de jeu. En voici la description :

*"Une enquête dont VOUS êtes le héros!" : Cela fait maintenant quelques années que vous vivez à Manhattan. Un matin, sur votre palier, une grosse enveloppe de papier kraft. A l'intérieur, une photo et un post-it : "Si vous recevez ce courrier, c'est qu'il m'est arrivé malheur. Je vous en conjure, retrouvez la mallette avant qu'elle ne tombe entre de mauvaises mains". Dans ce module, c'est l'aventure qui vient à vous! Alors préparez votre carnet de détective et votre crayon, préchauffez vos neurones, et venez voir comment les mathéma-*

*tiques sous toutes leurs formes, ou presque, peuvent être utilisées pour sauver le monde, ou presque...!*

### 3.1.1 QUELS OBJECTIFS

Avant de proposer l'activité nous avons, de notre côté deux objectifs principaux, en lien avec le but même des Techdays :

1. Donner de l'intérêt à certains objets mathématiques
2. Montrer ce qu'est le travail d'un chercheur en mathématique

Nous avons ainsi dû tout d'abord sélectionner quels objets mathématiques allaient pouvoir être traités. Notre choix a voulu refléter des domaines mathématiques souvent abordés d'un point de vue très formel en classe afin de rompre avec ces représentations formelles de la branche (voir à ce sujet [2]) et de montrer des applications particulières de ces domaines. De plus, nous avons choisi d'introduire un domaine inconnu aux étudiants, alors que c'est quelque chose qu'ils font intuitivement régulièrement : la théorie des jeux. Pour ce domaine l'idée était de montrer comment formellement on peut comprendre quelque chose du quotidien. Nous avons donc choisi d'aborder les statistiques, la géométrie plane, la logique mathématique (raisonnement hypothético-déductif) ainsi que la théorie des jeux afin de faire développer les compétences suivantes :

- i) Décrypter un texte.
- ii) Repérer un point sur un plan dont certaines données sont manquantes.
- iii) Mettre en place des stratégies gagnantes dans un jeu.
- iv) Travailler en équipe et s'organiser.

et de casser les représentations

- a) Les statistiques suffisent à déterminer des règles, dont la moyenne est un résumé convaincant.
- b) Toute l'information nécessaire à la résolution d'un problème apparaît dans la donnée.

- c) Gagner dans un jeu est avant tout une question de chance.
- d) (Branche) : les mathématiques sont une science inerte ; il n'y a pas de recherche en mathématique.
- e) (Branche) : les mathématiques n'ont pas réellement d'utilité pratique et se concentrent sur du calcul.
- f) (Branche) : la géométrie est avant-tout quelque chose de visuel.

### 3.1.2 LA MISE EN PLACE

L'activité durait 1h30 et nous avons en moyenne dix élèves inscrits. Ainsi afin de favoriser l'aspect ludique, nous avons décidé de séparer les élèves en deux groupes : les "gentils" et les "méchants". Leur but était d'être les premiers à découvrir un code permettant d'ouvrir la fameuse mallette. Afin de les accompagner, chacun de nous supervisait un des deux groupes. Afin de ne pas casser le rythme de l'activité, nous avons décidé de découper le temps comme cela : Cinq minutes d'introduction présentant l'activité, puis 60 minutes d'activité à proprement parlé et, enfin, 25 minutes de retour sur l'activité avec des apports théoriques supplémentaires (institutionnalisation du savoir).

**MATÉRIEL À DISPOSITION.** Au début de l'activité, chaque groupe reçoit le contenu de l'enveloppe, à savoir la photo : une grille comme présentée sur la Figure 3C-D avec quelques nombres (en fonction du groupe), un texte (crypté) identique pour les deux groupes et une vieille carte. Aucune indication ne leur est donnée. Un compte à rebours est affiché sur un écran, ils ont exactement 60 minutes.

**LE TEXTE CRYPTÉ.** Très vite la grille leur semble compliquée, étant donné qu'il ne connaissent pas de règles pour la résoudre. Quant à la carte elle est généralement laissée de côté, n'ayant pas d'information réelle à son sujet. Le travail s'organise généralement ainsi : une partie des étudiants s'attaque tout de même à la grille, l'autre au texte. Ils reconnaissent un texte crypté et tentent de mettre en oeuvre une stratégie pour le décrypter. Après quelques moments de réflexion, le coach les invite à penser aux fréquences des lettres. Les étudiants ne sont pas limités dans leurs

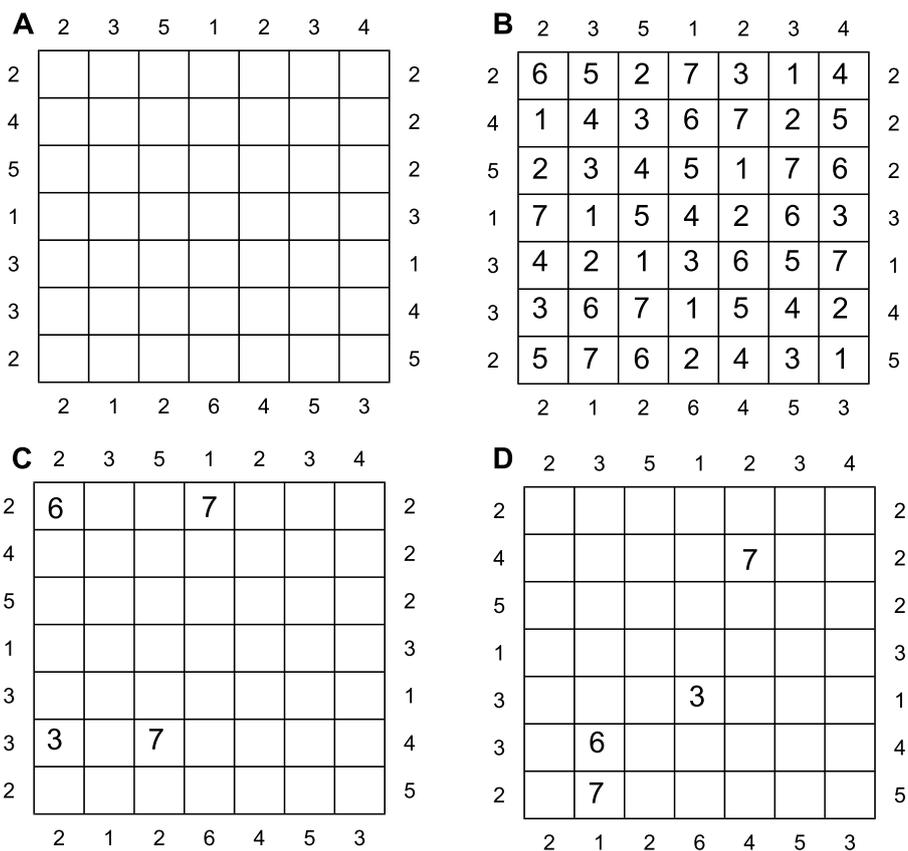


Figure 3: Jeu utilisé lors de l'activité "Une enquête dont VOUS êtes le héros". (A) Grille initiale du jeu standard (dont le participant connaît les règles). (B) Solution. (C-D) Exemples de grilles de départ distribuées aux groupes d'étudiants. Ces derniers ne connaissant pas directement toutes les règles du jeu, petit à petit les informations qu'ils découvrent les concernant et les nombres présents sur la grille doivent leur permettre de la compléter.

ressources et ont le droit de demander n'importe quelle information (autre que la réponse bien évidemment). Ils parviennent alors à observer la lettre la plus fréquente dans le texte crypté et à l'assimiler avec le "E", lettre la plus fréquente en français. Les deux suivantes fonctionnent également, mais ensuite ils se rendent vite compte de l'importance du nombre en statistique (déstabilisation de leur préconception) et que les fréquences des lettres suivantes sont trop proches pour être déterminées par comparaison avec les fréquences empiriques des lettres de la langue française. Ils sont donc invités à trouver une autre stratégie. Pour cela, le coach leur demande de comparer les couples de lettres cryptées/décryptées des (en général) trois lettres qu'ils ont trouvées. Ils trouvent alors une systématique (on applique par exemple la règle  $A \rightarrow D, B \rightarrow E, C \rightarrow F$ , etc) et parviennent à décrypter le texte.

**LA CARTE.** Le texte décrypté est une procédure à suivre afin de repérer un point particulier sur la carte reçue dans l'enveloppe (l'endroit d'un trésor). Problème : le texte indique de partir d'un vieux chêne, qui ne figure pas sur la carte. A nouveau après un temps de réflexion, le coach invite à essayer de mettre le vieux chêne n'importe où. Souvent un dialogue intervient et les étudiants essaient ensuite de positionner le chêne à différents endroits afin de "trouver une régularité". Ils trouvent plus que ça. Le point final indiqué dans la procédure ne dépend en fait pas de la position du vieux chêne (c'est un invariant par rapport au chêne). L'endroit du trésor leur permet d'obtenir la procédure pour remplir la grille.

**LA GRILLE.** La grille est en fait une schématisation de Manhattan dans laquelle les nombres posés sur l'extérieur représentent le nombre d'immeubles que l'on verrait si l'on se plaçait à cet endroit de la grille, face à elle. On doit alors disposer dans cette grille des nombres de 1 à 7 représentant des immeubles de 1 à 7 étages. Chaque ligne/colonne doit contenir tous les nombres de 1 à 7. Il s'agit là d'entraînement à la logique mathématique. Sans le savoir, les étudiants sont amenés à poser des hypothèses sur la marche à suivre et à les tester. Ils trouvent alors assez rapidement comment placer les sept dans la grille (attendant au nombre 1 bordants la grille) et comprennent finalement assez vite que l'immeuble de 7 étages sera forcément vu et qu'ainsi le nombre bordant la grille permet de déterminer sa position. En effet, par exemple, si il y a un trois à gauche (extérieur) de la grille (face à une ligne), on verra trois immeubles de cette lignes (dont forcément celui de 7 étages). Cela signifie que l'immeuble de sept étages ne peut pas être placé dans les deux premières cases mais doit occuper une des cinq autres cases. On détermine laquelle avec les informations à disposition et en utilisant un raisonnement analogue sur les colonnes. Au final, les étudiants posent un transparent sur leur grille, révélant la combinaison qui ouvre la mallette.

**DUELS.** Les activités sont entrecoupées de duels. Il y a deux duels (le premier après 20 minutes, le second 20 minutes plus tard). Le premier duel consiste en un puzzle mathématique qu'il faut résoudre le plus rapidement possible. Le second provient de la théorie des jeux, c'est le jeu des allumettes popularisé notamment dans l'émission "Fort Boyard". C'est un face-à-face où chaque joueur retire l'un après

l'autre une, deux ou trois allumettes d'un ensemble d'allumettes présent sur une table. Celui retirant la dernière allumette a perdu. Le groupe gagnant reçoit des indices provenant du groupe perdant (par exemple des nombres supplémentaires dans la grille, des lettres décryptées, ou autre, en fonction de l'avancement de chacun des groupes). Un autre jeu est proposé tout au long de l'activité. Ce jeu facultatif est également un puzzle mathématique sous forme de réseau électrique qui permet, s'il est réalisé de voler une partie de l'information déjà obtenue par l'autre groupe.

L'institutionnalisation à la fin de l'activité revient sur deux éléments importants qui n'ont pas pu être approfondis lors de l'activité. Premièrement sur le problème de la carte et l'invariance par isométrie. On peut le démontrer mathématiquement en cinq-dix minutes. Le fait que les étudiants ont trouvé cette propriété par eux-même et n'ont souvent pas cru qu'elle fonctionnait réellement les rend curieux vis-à-vis de la démonstration. Le fait qu'elle soit très visuelle, la rend également accessible et permet généralement une bonne attention de l'audience.

Deuxièmement, un retour est donné sur le jeu des allumettes. Souvent les élèves pensent que gagner provient du hasard, car chacun choisi plus ou moins au hasard une, deux ou trois allumettes à chaque tour. Cependant, on leur montre qu'il existe une stratégie gagnante qui ne dépend que du joueur débutant le jeu. La stratégie est simple à expliquer car il suffit de partir d'une situation perdante et de remonter dans le temps pour lister les différentes configurations à éviter/obtenir pour gagner. A nouveau, les étudiants sont généralement très contents de pouvoir obtenir ces informations après avoir participé au jeu.

L'institutionnalisation des autres activités s'est généralement faite dans les groupes avec les explications des coaches et on y revient uniquement si les étudiants ont des questions supplémentaires, si ce n'est pour toucher un mot historique sur le problème de cryptographie.

L'activité se termine alors par une discussion sur le métier de chercheur en mathématique. On fait le parallèle entre les activités que les étudiants viennent de vivre et ce métier. Au final, les étudiants ont été mis dans la situation d'un chercheur, livrés à eux même face à un problème. Ils ont pu trouver des solutions par la discussion avec les autres, mais aussi par les questions posées à leur coach, comme un chercheur se référerait à des publications antérieures. L'aspect ludique est également impor-

tant. Beaucoup de recherches fondamentales en mathématique tournent autour de la résolution de puzzle ou de la mise en lien d'objets abstraits que l'on peut voir sous cette forme. On revient également sur le raisonnement hypothético-déductif qu'ils ont dû mettre en oeuvre, tout comme l'approche par essais-erreurs, qui sont deux fondements de la recherche en mathématiques. Au final, c'est le fait de mettre les étudiants en position active de recherche de solution à des problèmes qui leur montre à quoi peut ressembler la recherche en mathématique. Il s'agit avant tout de poser des règles à un problème et de voir où ces règles mènent. On casse ainsi la représentation d'une science figée en montrant à quel point il est facile de formuler un problème de recherche en mathématiques. On propose généralement quelques exemples.

### 3.1.3 ANALYSE

La plupart des sous-activités décrites ci-dessus partent des préconceptions des étudiants. A l'aide d'une approche par la découverte, le but est alors de déstabiliser d'éventuelles conceptions erronées et de reconstruire le savoir en adoptant un certain cadrage, dont le coach de chaque équipe est le garant. L'erreur est mise en avant, elle est présentée dans les activités comme un élément essentiel à la bonne marche de celles-ci. En effet, lorsque les étudiants sont mis face à un problème, ils n'ont que deux solutions : Soit ne rien faire, soit essayer. Qui dit essayer, dit peut-être se tromper, mais en tout cas ne pas rester sur place. C'est souvent une véritable prise de conscience. Ce qui est intéressant ici est que cette prise de conscience s'amorce par le cadrage de départ, un non-cadrage, dans le sens où l'étudiant se trouve pratiquement livré à lui-même. Par la suite le coach présent dans chaque équipe garantit la mise en place des buts proximaux nécessaires à la valorisation de l'estime de soi. En effet, ces buts proximaux permettent aux étudiants de résoudre un problème qui leur paraissait de prime abord insurmontable. De plus ces buts servent à la construction des compétences en mobilisant les ressources nécessaires aux moments adéquats.

Les étudiants sont invités à travailler en équipe. Par exemple lors du décryptage du texte, le chronomètre ainsi que le format "concours" les amènent à la recherche d'une certaine efficience. Ils savent qu'ils ne pourront pas, par exemple, chacun compter

toutes les lettres du texte crypté. Ainsi, une fois la stratégie mise en place, ils se répartissent le travail (l'un compte les "A", l'autre les "B"), etc... C'est un parti pris de l'activité pour forcer les étudiants à travailler ensemble afin de gagner du temps, mais également des connaissances. Il y a aussi un effet d'adrénaline qui influe positivement sur le rythme de l'activité et la communication dans le groupe. Enfin l'aspect de concours entre les deux groupes couplé au temps, montre que rien ne leur sera donné et que c'est à eux de travailler afin d'obtenir des solutions. Ils savent donc que d'un côté ils sont entourés par leur coach qui les guide d'étape en étape mais que c'est à eux d'aller chercher ce guidage par leurs réflexions (correctes ou erronées).

Au delà de cette motivation plutôt extrinsèque, les élèves ont généralement très bien accueilli cette activité, de par sa mise-en-scène, mais également de par les thèmes traités et la façon dont ils sont traités. Ils devraient normalement repartir avec un changement de leurs représentations. En effet,

- a) Dans l'activité de cryptographie, ils ont observé l'importance du nombre en statistique. Ceci est déterminant, car souvent laissé de côté par les scientifiques lors d'analyses de données. De même on peut penser que si une méthode (statistique) marche pour un problème, elle va fonctionner pour un problème (paraissant) similaire. L'analyse de fréquences montre que non.
- b) L'activité de la carte dévoile un fort aspect du travail de mathématicien, à savoir l'approche par essais-erreurs et surtout la formulation d'hypothèses. Ne connaissant pas un élément (ici la place du vieux chêne), on suppose son existence en un point particulier, puis en d'autres points avant de conjecturer que ce point n'a pas d'importance. Ainsi, on casse l'idée que les données sont toujours exhaustive en amenant l'étudiant à poser des hypothèses, à se convaincre de leur validité, puis à démontrer que le résultat obtenu est correct.
- c) On démontre que des jeux a priori aléatoires peuvent avoir des stratégies gagnantes.
- d) (Branche) : Par la discussion de fin d'activité, on fait prendre conscience aux étudiants qu'ils se sont mis dans la peau de chercheurs en mathématiques et que des problèmes analogues à ceux qu'ils ont résolus sont actuellement traités par des mathématiciens.

- e) (Branche) : Les activités choisies, tournées vers une mise-en-scène pratique, montrent à quel point les mathématiques peuvent être utilisées dans de nombreux cadres, comme très pratiquement l'activité de cryptographie.
- f) (Branche) : On montre également des propriétés étonnantes de certains objets géométriques. Les propriétés d'invariances sont très recherchées par les mathématiciens. L'activité de la carte montre pourquoi : elles rendent une partie d'un objet stable par rapport à des modifications de cet objet. Ainsi, par exemple, le point de départ du problème n'avait pas d'importance dans l'obtention du point final. De même, ici des outils de géométrie sont utilisés dans un cadre très commun, la géographie. Lors de l'institutionnalisation, on montre que les transformations géométriques permettant de localiser le trésor sont formelles lorsqu'on oublie la notion de mouvement qui leur est associée. Cela contribue à la bonne conception des transformations géométriques (comme transformations du plan et non comme mouvements, voir [25]). A l'aide d'une preuve formelle, on identifie en effet ces transformations à des fonctions et des propriétés, plus qu'à des déplacements de dessins.

En général, l'aspect relativement surprenant stimule la motivation des étudiants qui aiment découvrir des objets mathématiques sous un nouveau jour ou dans une mise en scène plus ludique. Cela permet également par la suite d'accrocher les étudiants lorsque ces éléments sont présentés de manière plus formelle et rigoureuse, car ils se sont déjà familiarisés avec l'objet par le jeu et en ont compris le sens. Cela contribue très certainement à la mise en place de compétences liées à la maîtrise de ces objets. Le modèle de la Figure 1 est ainsi respecté.

#### 3.1.4 EVALUATION

L'organisateur des TecDays propose généralement aux étudiants de donner un feedback sur les activités. Le résultat est exposé dans la Table 1. Ils peuvent également donner deux commentaires (qu'ont-ils aimé le plus / le moins). Il ressort généralement :

- Aspects positifs : aspect ludique, autonomie, travail par équipe.

- Aspects négatifs : Cinq étudiants ont été déstabilisé par la mise en place, le cadre abstrait, très différent du cadre scolaire habituel.

Excellent	Bien	Passable	Insatisfaisant	Sans réponse
54.1%	29.7%	13.5 %	0%	2.7%

Table 1: Résultat du sondage pour l'activité "Une enquête dont vous êtes le héros" fait par les organisateurs du TecDay. Les étudiants répondaient à la question "quelle appréciation donnez-vous à ce module ?". 37 participants.

L'aspect négatif relaté ici est important, bien que mis en avant par une minorité d'étudiants. Dans l'optique de développer des compétences, une déstabilisation est nécessaire, mais elle peut également complètement bloquer l'étudiant. Afin d'éviter cela le travail par groupe ainsi que l'aspect coaching nous avait paru idéal, mais peut-être aurait-il également fallu un véritable support théorique distribué par exemple en fin d'activité (comme le remarque un autre étudiant dans les commentaires) ou tout au long des différents problèmes afin que les étudiants ayant plus de mal avec cette approche puissent à la fin avoir quelque chose à quoi se raccrocher. C'est également un point essentiel dans le développement de compétences. Une compétence s'entraîne, se construit petit à petit. Un tel document distribué en fin de session permettrait de mettre en avant cet aspect, de revenir sur les activités et de donner des pistes pour aller plus loin, comme des remédiations en cas de mécompréhensions.

Le document permettrait également d'offrir une approche plus linéaire de la théorie abordée. Y insérer quelques exercices de type application directe donnerait également la possibilité aux étudiants de se familiariser avec les notions avec une approche alternative (différentiation). On pourrait ainsi dans chaque groupe former des "spécialistes" dont le rôle (en lien avec leur affinité pour telle ou telle stratégie d'apprentissage) serait de se familiariser avec une thématique et d'apporter ensuite leurs compétences ainsi acquises au groupe ou de discuter des difficultés de l'activités sous différents angles.

La façon dont les étudiants ont répondu aux questions montre qu'ils mettent avant tout l'aspect motivationnel de l'activité en avant. Si de ce point-de-vue l'évaluation semble relativement bonne, elle ne répond cependant pas à plusieurs questions : Comment se sont réellement transformées les préconceptions des étudiants, y a-t-il eu un véritable effet ? A-t-on réellement développé de nouvelles compétences ou

entraîné des compétences acquises ? Est-ce que l'activité n'était finalement qu'une activité de motivation mettant en jeu des éléments connus ou au contraire a-t-elle en soi développé des compétences chez les étudiants ?

C'est dans le but de répondre à ces questions qu'un questionnaire sera mis en place au chapitre suivant. Il permettra d'intégrer les différents éléments du modèle de la Figure 1 afin d'évaluer une activité de popularisation.

## 3.2 ANALYSE SOMMAIRE D'AUTRES EXEMPLES

---

### 3.2.1 CRYPTOGRAPHIE ET CODAGE: PROTÉGEZ VOS SECRETS - ACTIVITÉ PLUS CADRÉE

Cette activité a été présentée lors du TecDay au Gymnase Sismondi de Genève le 19.04.2016 en collaboration avec Basil Reinhard, doctorant au département de mathématiques de l'Université de Fribourg. Afin de tenir compte des remarques du précédent TecDay, nous avons décidé de mettre au point une activité plus cadrée. Elle serait limitée à un sujet (la cryptographie) et proposerait des successions de types théorie puis application par les étudiants afin d'offrir un cadrage supplémentaire. Ainsi on se concentre ici sur un seul sujet au sein duquel plusieurs méthodes sont présentées. L'avantage est également que les méthodes présentées ne se limitent pas à la statistique et permettent de parler également de différents aspects mathématiques. Les méthodes sont également présentées dans un ordre historique qui permet d'ancrer chaque problème dans une situation particulière, ce qui a beaucoup plu aux étudiants. Nous avons également gardé le format "concours" par groupes de trois étudiants afin de leur permettre de coder/décoder eux-mêmes des messages en appliquant les techniques apprises. L'apprentissage par découverte pour certaines techniques (celles où une telle méthode était appropriée vis-à-vis des connaissances de base des étudiants) était également présent dans cette activité.

Si quantitativement les résultats de l'évaluation sont relativement similaires à ceux de l'activité précédente (voir Table 2), les raisons du succès de l'activité sont différentes. La partie qualitative de l'évaluation de l'activité montre les éléments suivants : i) L'aspect ludique est certes présent, mais moins relevé, ii) le cadrage (organ-

isation) a été apprécié et iii) les apprentissages ont été relevés. Quant aux points négatifs, ce qui ressort le plus est que le module a nécessité trop d'explications, trop de théorie.

Excellent	Bien	Passable	Insatisfaisant	Sans réponse
58%	32%	11 %	0%	0%

Table 2: Résultat du sondage pour l'activité "Cryptographie et codage: protégez vos secrets" fait par les organisateurs du TecDay. Les étudiants répondaient à la question "quelle appréciation donnez-vous à ce module ?". 19 participants au sondage.

Si le précédent module a effectivement développé la motivation vis-à-vis des mathématiques (en général) et eu un impact certain sur les préconceptions y-relatives, celui-ci semble avoir eu un effet sur la construction des compétences, par l'apprentissage de nouvelles techniques, mais également sur la motivation vis-à-vis de la découverte d'applications particulières des mathématiques.

Le contexte a peut-être joué un moins grand rôle ici dans la motivation. C'est quelque chose que l'on a pu observer aux réactions des élèves durant l'activité. Lors de l'activité précédente, les élèves, livrés à eux-même, sont parvenus à s'organiser, à chercher des solutions et leur position était pleinement active ; la participation réellement intensive (investissement, questions posées, volonté de participation, etc...). Par contre dans cette seconde activité beaucoup d'élèves étaient régulièrement dans une situation d'attente, entre un état passif et actif, similaire à celui qui peut être régulièrement rencontré en classe ; on observe ici une forte dichotomie dans la composante "attitude" de la motivation entre les deux activités. On pourra cependant considérer que ce manque a été comblé dans la seconde activité par la mise en place influençant positivement le développement des compétences et ainsi donnant lieu à un feedback supplémentaire sur la motivation (voir modèle de la Figure 1).

En résumé, si cette seconde activité a proposé une forte mise en place d'entraînement de compétences, on est en droit de se demander si les compétences construites sauront être réinvesties à l'avenir. Il en ressort en effet qu'un plus fort cadrage est idéal dans l'entraînement des compétences, car proche de ce que les étudiants connaissent. Cependant, la compétence doit permettre à l'étudiant de mobiliser des ressources en dehors de sa zone de confort. On en déduit alors du modèle de la Figure 1 qu'un juste équilibre doit être trouvé dans l'établissement de la situation

proposée afin de trouver une zone proximale permettant à l'élève de développer / construire des compétences tout en lui offrant la possibilité de les investir en situations inconnues. On en revient également à la problématique de la construction des compétences dans le temps et l'inadéquation de développer complètement une compétence lors d'une seule activité ponctuelle.

Concernant le contexte encore, les situations de découverte amènent souvent plus facilement à la déstabilisation des représentations mentales et permettent un meilleur ancrage du savoir dans l'optique du développement des compétences. Durant l'activité on a évidemment senti l'accroissement de la passivité des étudiants lorsque les parties théoriques devenaient trop longues.

On notera également la réflexion sur la motivation des élèves. Si la situation joue un grand rôle dans l'attitude, le développement des compétences permet de compenser un manque de motivation intrinsèque à une situation ou en tout cas d'agir sur des éléments différents de la motivation.

### 3.2.2 MATHEMA - USAGE DES TIC

Un des aspects fascinant des mathématiques est qu'un enfant peut formuler et comprendre des problèmes que les meilleurs spécialistes du domaine seront incapables de résoudre. Par exemple : Tout le monde connaît le théorème de Pythagore,  $x^2 + y^2 = z^2$  dans un triangle rectangle (la somme des carrés des cathètes égale le carré de l'hypoténuse). Il est même très facile et intuitif à démontrer (le site [1], propose une centaine de démonstrations différentes). Cependant, que se passe-t-il lorsqu'on remplace le carré par un cube ? Dans le cas d'un exposant valant 2 on peut trouver des nombres entiers  $x$ ,  $y$  et  $z$  satisfaisant la relation ci-dessus (par exemple  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ), cependant cela n'est plus possible lorsque l'exposant vaut 3 ou tout autre nombre plus grand que 2. Cette question, l'une des plus fameuse en mathématique, a occupé les chercheurs durant des siècles. Les propositions de démonstration de ce fait comptent de nombreuses pages et utilisent les techniques les plus avancées des mathématiques ; cela afin d'expliquer un problème dont l'énoncé est compréhensible de toute personne ayant effectué l'école secondaire.

Cette propriété vertigineuse et cependant méconnue des mathématiques a été le point de départ du projet *Mathema* des Prof. Dr. Hugo Parlier et Prof. Dr. Paul Turner des Universités de Fribourg et Genève avec l'objectif de rendre perceptible, "tactile" ce genre de problèmes, si simple en apparence et pourtant d'une grande complexité<sup>1</sup>. Ils ont implémenté une application permettant à toute personne de s'initier à des problèmes mathématiques d'apparence simple et d'en découvrir petit-à-petit la complexité.

Ici l'objet principal de l'étude est la "théorie des jeux" [20], jeux qui sont très souvent mis en lien avec la théorie des graphes. La théorie des jeux cherche à trouver des stratégies gagnantes dans certains types de jeux ou des possibilités particulières d'issues. L'application permet ici l'expérimentation directe des différents jeux, puis l'utilisateur est guidé afin de répondre par lui-même aux différents problèmes posés. A cette fin il est amené à construire des stratégies gagnantes, à relier certains jeux à d'autres objets mathématiques dont l'abstraction permet une image plus globale du jeu en lui-même. L'expérience est donc au coeur du processus et stimule la motivation. Sur le long terme, une telle méthode de travail stimule le développement de compétences transversales citées précédemment. Mais en plus, les compétences directes (par exemple reliées à la résolution de problème en théorie des graphes) sont également approfondies par la mise en lumière de ces objets comme outils d'analyses de jeux mathématiques.

Il est ici également important de noter l'aspect technologique de la plateforme choisie. Ces activités peuvent se faire seule sur sa tablette, ce qui fait que la tablette remplace ici en quelque sorte l'enseignant. Il s'agit donc plus d'un livre interactif sensé rendre l'étudiant directement impliqué par la résolution des problèmes et actif par l'aspect ludique de l'activité. Le bénéfice des TIC est ici de mettre également à disposition de nombreuses ressources (vidéos, textes explicatifs, activités accessoires) permettant également une différenciation dans l'apprentissage des étudiants.

Ce sont des éléments que l'on remarque généralement lorsque l'on utilise cette activité pour des événements de popularisation, notamment lors des WINS (Women In Sciences). Ces activités amènent des questions qui sont très vites pertinentes et auxquelles il devient même difficile de répondre. Cela dévoile également l'autre

---

<sup>1</sup> Communication personnelle du Prof. Dr. Hugo Parlier

visage des mathématiques à des étudiants plus habitués à résoudre des problèmes scolaires.

Ce fait invite à la réflexion suivante. Si les compétences directes et transversales sont bien entraînées ici, est-ce que montrer les limites de quelque chose permet de motiver les étudiants ou au contraire est-ce que cela les bloque-t-il, les effraie ? C'est-à-dire, qu'en est-il des compétences de l'étudiant par rapport à sa projection dans le "devenir" ? Cette question dépend forcément fortement des paramètres extérieurs à l'activité-même (si elle choisit de montrer ces limites), à savoir au contexte personnel de l'étudiant, à sa facilité de projection. Cependant, l'expérience a montré que de telles activités avaient plutôt un effet bénéfique sur les étudiants et qu'une telle découverte avait plutôt un pouvoir de fascination.

Ceci vient probablement du cadre dans lequel l'activité est posée. En effet, elle ne montre pas les limites de l'étudiant, mais bien celle de la matière en elle-même. Elle n'a dès lors pas d'effet dégradant sur l'estime de soi de l'étudiant mais agit plutôt sur sa curiosité. Le fait de pouvoir avancer dans quelques choses qui est si complexe a encore une fois un effet de renforcement vis-à-vis de l'estime de soi.



## QUESTIONNAIRE D'ÉVALUATION POUR ACTIVITÉS DE POPULARISATION

Il manque à chacune des différentes activités de popularisations proposées au chapitre précédent un élément central, à savoir la présence d'un feedback réellement adapté à chaque activité. La Figure 1 permet de mettre en avant, au delà de certaines variables, un processus dont l'effet reste à évaluer. Ce travail permet donc de mettre en avant ce manque et ce chapitre proposera un outil et des pistes afin d'y remédier. L'objectif principal de ces quelques lignes est de fournir un canevas général permettant la mise en place d'un questionnaire d'évaluation d'une activité de popularisation suivant le schéma de la Figure 1.

### 4.1 CANEVAS

---

Rappelons tout d'abord les deux éléments fondamentaux que l'on souhaite faire développer par des activités de popularisations : i) la motivation et ii) les compétences. Selon la Figure 1 les éléments essentiels y-relatifs sont :

1. La déstabilisation / reconstruction des préconceptions (de branches vis-à-vis directement de la motivation et effectives vis-à-vis des compétences).
2. Les situations de découverte.
3. Les buts proximaux et le droit à l'erreur.
4. L'insertion des activités / buts en lien avec les prérequis des étudiants.
5. La mise en activation de l'étudiant et la position de l'enseignant.

6. La position réflexive de l'activité et la mise en projet, dans l'optique de développer des compétences dans la durée.

On en dégage trois types de questions à poser aux étudiants pour obtenir un feedback élargi. Le premier type concerne un aspect affectif, afin de mesurer en quelque sorte le plaisir à avoir pris part à l'activité et la motivation (ou participation) qui s'en est dégagée. Le second type est effectif. Il concerne les connaissances acquises ; ce que l'étudiant ne connaissait pas avant et qu'il connaît maintenant. Dans un aspect plus large, on se demande ici également si au-delà des connaissances acquises, l'étudiant a pu développer des compétences. On entend ici par connaissance à la fois les connaissances liées aux objets mathématiques mais également les connaissances des mathématiques, i.e. à quoi servent-elles, où peut-on les retrouver, comment les utiliser dans tel ou tel cadre. Le troisième type est lui centré sur le processus. Il s'agit d'évaluer l'effet de l'activité sur les préconceptions de l'étudiant, l'effet du cadrage sur le développement des compétences, et l'effet de l'activité sur la réflexion qu'elle pourra apporter à l'étudiant.

L'aspect des préconceptions est particulièrement important à la fois sur le développer des compétences et l'ancrage des nouveaux savoirs [8, 17] mais également sur la motivation par le biais de la situation proposée. Pour des préconceptions jugées comme centrales, on pourrait imaginer un questionnaire en deux parties. La première partie permettrait de se faire une idée des préconceptions des étudiants en demandant leur point de vue sur un sujet et en accompagnant cette question d'une question plus liée à la compréhension d'un concept particulier, celui que l'on voudrait justement changer. La deuxième partie reviendrait ainsi sur l'activité à la fin de celle-ci. Elle proposerait alors des questions des trois types, mais, en plus reprendrait les questions posées lors du premier questionnaire afin d'observer ou non le changement dans les préconceptions.

De plus, les préconceptions concernant les mathématiques sont souvent le point de départ des activités de popularisation. La comparaison entre questionnaire initial et final permettra bien sûr aux enseignants d'évaluer l'impact de l'activité, mais également à l'étudiant de se rendre compte de cette évolution. Le questionnaire initial permet également d'analyser les attentes des étudiants et de préparer ainsi l'institutionnalisation en fonction.

Cette catégorisation des questions permettra également une lecture lisible des résultats, comme précisé dans [6]. Il est cependant important que le questionnaire reste concis afin d'éviter que l'étudiant ne se perde et soit tenté de bâcler les réponses qu'il pourrait donner. Des questions plutôt fermées permettront une analyse plus directe des résultats, mais ne remplaceront pas des commentaires élargis proposés par les questions ouvertes. Ces dernières permettent aux étudiants de s'exprimer sur un sujet et leur offre la possibilité de donner un point-de-vue auquel on n'aurait pas forcément pensé lors de la conception de questions fermées.

De plus, par sa nature ponctuelle notamment, l'activité de popularisation demandera une analyse moins large qu'un cours semestriel par exemple. Ainsi par rapport aux six éléments traités dans [19], à savoir ; contenu, évaluation, organisation, présentation, relation et supports, les activités de popularisation permettront, selon leurs visées, de se focaliser sur quelques éléments particuliers. En particulier, l'évaluation est absente de telles activités. Les supports sont relativement moins importants que les autres éléments, l'organisation se limite à une activité (et non une séquence complète de cours).

## 4.2 QUESTIONS TYPES

---

On donne ici quelques exemples de questions qui pourraient être posées

### 4.2.1 QUESTIONNAIRE INITIAL

Ce questionnaire se focalise sur les préconceptions. On pourrait imaginer des questions du type

- On laisse tomber une plume et une bille d'acier simultanément. Quel objet atteint le sol en premier ? .....
- Lequel de ces deux raisonnements montre le mieux que ... Proposer comme réponse : 1) un exemple, 2) une preuve.
- Classer ces trois domaines en fonction de l'activité actuelle de recherche les concernant : Physique, Mathématique, Biologie.

- Evaluer de un (pas utile) à six (très utile) l'utilité des mathématiques en ... :
- Pour vous, vers quoi sont tournées les mathématiques (entourer) Passé, Présent, Avenir.
- Noter de un (pas du tout) à six (beaucoup) : Les mathématiques permettent d'être créatif.
- Quelles sont vos attentes par rapport à l'activité ?

#### 4.2.2 QUESTIONNAIRE FINAL

En plus de reprendre les questions du questionnaire initial, on pourra tester l'attrait de l'activité (une question fermée, notée de 1 à 6, une question ouverte : ce que j'ai le plus/moins aimé) et de la situation proposée (même schéma, avec des questions ouvertes du type : qu'est-ce qui vous a surpris, qu'est-ce qui vous a dérangé). Concernant les connaissances, on peut demander à l'étudiant de schématiser sur une échelle la proportion de choses qui étaient déjà connues pour lui avec la proportion de choses qu'il a apprises. Enfin pour tester la compétence, on pourrait imaginer donner un problème analogue et demander à l'étudiant une idée permettant de résoudre le problème, en proposant différentes solutions. Au delà de ces idées de type "application" (en référence à Bloom [12]), on pourrait également imaginer des questions plus réflexives, d'analyse et même de création, qui montreraient une dimension supplémentaire de la compétence développée.

#### 4.3 EXEMPLE

---

Afin d'illustrer le canevas présenté ci-dessus, on reprend ici l'exemple du chapitre précédent, "Une enquête dont VOUS êtes le héros". Le questionnaire se veut volontairement court pour correspondre au format réduit de l'activité (1h30).

## 4.3.1 LE QUESTIONNAIRE

4.3.1.1 *Questionnaire initial*

Répondez à ces questions en vous positionnant de un (pas du tout d'accord) à six (entièrement d'accord).

- |  |             |
|--|-------------|
| a) La coopération est importante en mathématiques  | 1 2 3 4 5 6 |
| b) Les mathématiques sont avant tout du calcul   | 1 2 3 4 5 6 |
| c) Estimez : Combien de nouveaux résultats mathématiques ont été découverts ces dix dernières années ? | .....       |

Quelles sont vos attentes par rapport à l'activité ?

.....  
 .....

4.3.1.2 *Questionnaire final*

Comment jugez-vous l'activité, vous êtes vous senti pas du tout (1) ou beaucoup (6)

- |                   |             |
|-------------------|-------------|
| a) motivé/investi | 1 2 3 4 5 6 |
| b) surpris        | 1 2 3 4 5 6 |
| c) intéressé      | 1 2 3 4 5 6 |
| d) bien encadré   | 1 2 3 4 5 6 |

Avez-vous développé de nouvelles connaissances lors de cette activité ?

Non Plutôt non Plutôt oui Oui Lesquelles ?

.....

Si vous deviez préparer un message codé à l'aide de la méthode vue durant l'activité, quels "pièges" insèreriez-vous pour éviter son décryptage ?

.....  
 .....

On propose le jeu suivant : il y a  $n$  pions de couleurs diverses. Deux joueurs, chacun leur tour, retirent un ou deux pions. Le perdant est celui retirant le dernier pion.

Vous jouez. Quelles questions vous posez-vous ?

.....

.....

Déterminer un point fort et un point faible de l'activité :

.....

.....

#### 4.3.2 ANALYSE

Un tel questionnaire permet avant tout de tester l'effet de l'activité sur les préconceptions des étudiants vis-à-vis des mathématiques en soi. C'est en fait l'objectif des TecDays : faire découvrir le travail de chercheur et par conséquent casser quelques idées reçues. Le questionnaire initial permet par la suite aux intervenants de mieux cerner le public, souvent inconnu au préalable et de préparer peut-être quelques éléments lors de la discussion concernant les réponses des étudiants. Il permet aussi par la suite de vérifier que l'activité a bien modifié les préconceptions des étudiants, d'où le choix de questions essentiellement tournées vers les idées reçues en mathématiques (voir par exemple [2] pour plus d'exemples les concernant).

Ce questionnaire a donc un impact également sur les étudiants en plus d'être un outil d'analyse. On y analyse l'activité, mais également les connaissances acquises par l'étudiant d'un point de vue subjectif tout d'abord puis d'un point de vue plus objectif et plus en lien avec les compétences. Les deux questions ouvertes les concernant permettent de voir si les étudiants ont intégré quelques-uns des concepts présentés.

La première permet de vérifier les compétences acquises en cryptographie. On met volontairement les étudiants dans une autre situation (ils doivent coder un texte, au lieu de le décoder) et on invite à un aspect réflexif : si les étudiants ont bien compris pourquoi l'analyse de fréquence avait des limites, alors ils connaîtront les pièges à

utiliser, comme par exemple, bien choisir le vocabulaire (insérer par exemple des mots contenant des "z" en choisissant un texte écrit en "vous", etc...).

La seconde permet de vérifier les compétences acquises en théorie des jeux et notamment l'établissement d'une stratégie gagnante. A nouveau la situation change (nombre de pièces et règles différentes), mais l'établissement de la stratégie est analogue à celle établie lors de l'activité. Les étudiants devront donc se poser les mêmes questions (combien d'allumettes, qui commence, quelles sont les situations perdantes).

On teste aussi indirectement ici si les étudiants ont bien assimilé les éléments concernant les données exhaustives. Lors de l'institutionnalisation, on donne généralement de nombreux exemples, où le chercheur ne connaît évidemment pas tout pour mener à bien son projet ou possède des informations qui ne lui serviront pas. C'est le cas ici des deux couleurs de pions, qui n'ont aucune influence sur le jeu, ainsi que du nombre de pions  $n$ , inconnu a priori.

La démarche plus réflexive de ces deux questions (en comparaison avec une question du type "réalisation") permet de mettre en avant la compétence, allant au delà des simples connaissances.

La dernière question ouverte permet à l'étudiant d'émettre un jugement global, ce qui est toujours utile pour l'intervenant trouvant plus explicitement des éléments n'ayant pas fonctionné ainsi, auquel on ne pense pas forcément dans une question plus fermée. Quant à ces dernières, bien présentes dans le questionnaire, elles permettent un remplissage relativement rapide du questionnaire par les étudiants et une analyse facilitée pour les enseignants.



## RÉFLEXION PERSONNELLE

La pratique d'enseignement dans une université mène à bien des projets différents. En tant que doctorant au département de mathématiques les rôles qui m'ont été dévolus ont surtout tourné autour de l'encadrement de séances d'exercices ou d'aides à des étudiants pour leurs travaux de séminaires ou projets de Master. Cependant, d'autres événements ponctuent régulièrement la vie du département et permettent de le mettre en vitrine. Ce sont des événements que j'apprécie tout particulièrement, car contrairement aux exercices ou séminaires, ils permettent de mettre les mathématiques en lumière face à un public souvent peu initié. Il faut pouvoir convaincre en un temps limité... C'est alors un réel défi pour que cela soit bien fait et je pense que ce travail m'a permis d'analyser convenablement ces situations et m'a donné des pistes pour relever ce challenge.

La formation Did@ctic m'a ainsi permis de mieux cerner la notion de compétences en lien avec les études universitaires. Si ce terme ne m'était pas inconnu, j'ai pu ici le mettre en perspective dans des situations particulières et tenter de le relier à d'autres éléments essentiels dans l'apprentissage, comme les préconceptions, les objectifs ou la motivation. Ces concepts sont au coeur de la réflexion apportée ici.

Cette formation a également eu un grand impact sur l'aspect réflexif du métier. Analyser un cours, un enseignement, apporter des améliorations avec des outils particuliers, comme les questionnaires aux étudiants. Ce travail montre que ces outils portent également tous leurs fruits dans le cadre d'activités ponctuelles et que leur mise en oeuvre peut avoir un effet bénéfique sur le développement de compétences et la motivation vis-à-vis des mathématiques.

Ce travail m'a ainsi donné l'opportunité de porter une réelle réflexion sur des événements dont l'effet est parfois sous-estimé. Une perspective intéressante serait d'ailleurs de pouvoir quantifier l'effet de telles activités sur la motivation des étudiants. Au vu des différents outils appliqués, j'ai le sentiment que si les activités sont construites autour de la découverte, de la surprise et du développement de compétences, alors l'effet sera certainement au rendez-vous.

La transdisciplinarité des mathématiques est souvent louée, mais rarement réellement démontrée. Les activités de popularisation présentées ici avaient également pour but de proposer des pistes afin de faire vivre aux étudiants cette richesse que peut apporter les mathématiques et de pouvoir casser certains clichés les concernant. Le monde actuel devient de plus en plus quantitatif, dans des domaines aussi divers que l'économie, la biologie ou même la politique. Les mathématiques ont ici un rôle essentiel à jouer et je pense que c'est le rôle des formateurs, de tout degré, de préparer les étudiants à cela. Les activités de popularisation ont ainsi l'opportunité de poser une première pierre à cet édifice et une grande place à occuper dans la (pré-)formation des étudiants. En effet, et au delà de leur forme ponctuelle, de telles activités pourraient certainement remplacer certains cours en soi, dont en particulier les premiers cours d'une séquence où les aspects motivationnels peuvent parfois être traités de manière précipitée. Les activités de popularisation, par leur travail sur les représentations et leur capacité de développement de compétences, sont ainsi un vecteur efficace dans l'introduction de tout nouveau sujet.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] <http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/>.
- [2] N. Anantharaman, J.-M. Bardet, A. de Bouard, A. Gégout-Petit, F. Lagoutière, G. Octavia, Y. Ollivier, and F. Santambrogio. *Mathématiques, l'explosion continue*, chapter F.A.Q. (et idées reçues) sur les mathématiciens, pages 169–175. SFdS, SMAI, SMF, CAP MATHS, 2013.
- [3] G. Bachelard. *La formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*. Librairie philosophique J. VIRRIN, 1967.
- [4] A. Bandura. *Auto-efficacité. Le sentiment d'efficacité personnelle*. De Boeck Université, 2003.
- [5] B.-M. Barth. *Le savoir en construction*. Retz, 2002.
- [6] H. Bernard. *Comment évaluer, améliorer, valoriser l'enseignement supérieur ?* De Boeck Université, 2011.
- [7] J. Biggs and C. Tang. *Teaching for quality learning at university*. McGraw-Hill, 2007.
- [8] A. Bodin. Reflexions sur les représentations, les conceptions et les compétences. In *Recherche en Didactique des disciplines – contribution à la formation des maîtres*, 1992.
- [9] H. Boudreault. *Conception dynamique d'un modèle de formation en didactique pour les enseignants du secteur professionnel*. PhD thesis, Université de Montréal, 2002.
- [10] G. Brousseau. les "effets" du "contrat didactique". In *Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques IREM Orléan*, 1982.
- [11] P. Carré, D. Poisson, and A. Moisan. *L'autoformation : psychologie, ingénierie, sociologie*. PUF, 1997.

- [12] B. Charlier. Module a. enseignement et apprentissage. Notes de cours – Formation Did@ctic.
- [13] P. Cross. *Adults as Learners. Increasing Participation and Facilitating Learning*. Jossey-Bass, 1981.
- [14] N. Delobbe. *Encyclopédie de la formation*, chapter Modèles de gestion des compétences et orientation de la formation en entreprise, pages 251–286. PUF, 2009.
- [15] J. Dieudonné, J.-P. Descles, R. Apery, and M. Caveing. *Penser les mathématiques : Séminaire de philosophie et mathématiques de l’Ecole normale supérieure*. Seuil, 1982.
- [16] J. Dolz and E. Ollagnier. L’énigme de la compétence en éducation. In *Raisons éducatives*. De Boeck Université, 2002.
- [17] J. Donnay and E. Charlier. *Comprendre des situations de formation*. De Boeck Université, 1990.
- [18] D. Kolb. *Experiential learning: experience as the source of learning and development*. Prentice Hall, 1984.
- [19] J. Lanarès and D. Berthiaume. Guide d’interprétation des commentaires étudiants. Technical report, Université de Lausanne, 2011.
- [20] M. Osborne. *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press, 2004.
- [21] P. Perrenoud. *Construire des compétences dès l’école*. ESF, 1997.
- [22] R. Säljö. Learning in the learner’s perspective: 1: some commonplace misconceptions. Technical report, Intitute of Education, University of Gothenburg, 1979.
- [23] L. Vygotsky. *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press, 1978.
- [24] R. Wittorski. De la fabrication des compétences. *Education permanente*, 135:57–69, 1998.
- [25] B. Yanik. Prospective middle school mathematics teachers’ preconceptions of geometric translations. *Educ Stud Math*, 78(2):231–260, 2011.